

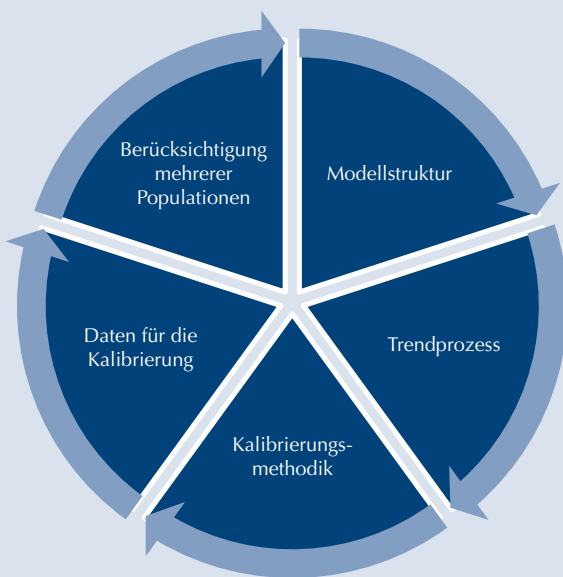
Dr. Matthias Börger, Prof. Dr. Jochen Ruß & Prof. Dr. Hans-Joachim Zwiesler

Sterblichkeitssimulation im praktischen Einsatz

Das Langlebigkeitsrisiko eines typischen Lebensversicherers wird aus verschiedenen Gründen weiterhin zunehmen. Es wird daher immer wichtiger, dieses Risiko zu messen, zu modellieren und zu managen. Die bedeutendste Komponente des Langlebigkeitsrisikos ist in der Regel die Trendunsicherheit, also die Unsicherheit, wann und wie sich aktuelle Trends zum Beispiel bzgl. der Reduktion von Sterbewahrscheinlichkeiten oder der Zunahme der Lebenserwartung ändern. Andere Komponenten wie Zufallsschwankungen sind häufig weniger materiell oder können, wie zum Beispiel im Falle sozio-demografischer Effekte, durch geeignete Best-Estimate-Annahmen deutlich reduziert werden. Auch wenn die Betrachtung einzelner deterministischer Szenarien für verschiedene Fragestellungen durchaus sinnvoll ist, kann nur ein stochastisches Modell ein vollständiges Bild des Trendänderungsrisikos liefern. Dieser Artikel beschäftigt sich daher mit ausgewählten Aspekten der stochastischen Modellierung von Sterblichkeit.

Eine Sterblichkeitssimulation besteht grundsätzlich aus den in Abbildung 1 dargestellten Komponenten.

Abbildung 1: Bestandteile der Sterblichkeitssimulation



Zu jeder dieser fünf Komponenten gibt es eine „Toolbox“, aus der man sich für den praktischen Einsatz bedienen kann. Von entscheidender Bedeutung ist, dass die jeweils verwendeten Tools, d. h. Verfahren oder Modelle, zur jeweiligen Fragestellung und zueinander passen. Wir gehen im Folgenden auf eine kleine Auswahl relevanter Aspekte ein.

Modellstruktur

Es gibt inzwischen eine Vielzahl von stochastischen Sterblichkeitsmodellen mit sehr unterschiedlichen Eigenschaften, zum

Beispiel Modelle für Sterbewahrscheinlichkeiten, Sterberaten, Sterbeintensitäten oder Sterblichkeitsverbesserungen. Diese können als stochastisches Pendant zu Perioden- oder Generationentafeln ausgestaltet sein, zeitstetig oder diskret, mit oder ohne Sprungprozesse etc. Es gibt jedoch kein Standardmodell, das für jede Fragestellung geeignet ist. Die Auswahl eines geeigneten Modelles ist daher eine komplexe Fragestellung und erfordert oft einen Kompromiss zwischen der Angemessenheit für die konkrete Anwendung und einer möglichst geringen Komplexität. Insbesondere sind einfache Modelle wie das Lee-Carter-Modell¹ oder das Cairns-Blake-Dowd-Modell² aufgrund gewisser Schwächen für manche Fragestellungen nicht unmittelbar geeignet. Diese Modelle können aber je nach Bedarf modifiziert werden.

Unsere Erfahrung zeigt, dass sich verschiedene Modelle signifikant bzgl. des mittleren Szenarios und der „Streuung“ um dieses Szenario unterscheiden. Abbildung 2 illustriert dies anhand der Ergebnisse der Simulation von Sterbewahrscheinlichkeiten für 85-Jährige in England und Wales mit verschiedenen Modellen – hier durch die unterschiedlichen Farben dargestellt. Dies verdeutlicht, dass es bei der Sterblichkeitssimulation stets ein signifikantes Modellrisiko gibt. Zur Abschätzung des Modellrisikos sollten daher mehrere strukturell unterschiedliche Modelle verwendet werden.

Trendprozesse

Einfache Sterblichkeitsmodelle unterstellen oft einen – insbesondere für lange Zeiträume unrealistischen – konstanten Drift in der stochastisch modellierten Größe. Es ist allerdings möglich, komplexere Trendprozesse in die Modelle „einzubauen“. Abbildung 3 zeigt, wie sich der Austausch des Trendprozesses im Modell von Cairns, Blake und Dowd auf die simulierte Restlebenserwartung eines 60-Jährigen auswirkt.

Neben dem einfachen Random Walk mit konstantem Drift werden ein komplexerer Zeitreihenprozess (ARIMA-Prozess) verwendet sowie der Prozess von Sweeting³ und die Erweiterung von Börger und Schupp⁴, die einige offensichtliche Schwächen des Sweeting-Prozesses ausräumt. Die beiden zuletzt genannten Ansätze modellieren einen stückweise linearen Sterblichkeitstrend mit zufälliger Steigung plus Zufallsschwankungen. Die gleichfarbigen Kurven geben diejenigen Bereiche an, in denen die Lebenserwartung mit 90-prozentiger Wahrscheinlichkeit liegen wird; diese Bereiche unterscheiden sich – je nach Modellannahme – dramatisch.

Daten für die Kalibrierung

Oft ist die Bestandsgröße oder die Datenhistorie für eine sinnvolle Schätzung der Modellparameter bzw. die Kalibrierung nicht ausreichend. In diesem Fall kann die Kalibrierung an eine größere Referenzbevölkerung und die geeignete Anpassung einzelner Modellparameter sinnvoll sein. Alternativ kann ein Mehrpopulationen-Modell verwendet werden. Hier werden dann die Sterblichkeitsentwicklung für die (größere) Referenzbevölkerung sowie die Abweichung der kleineren Bevölkerung simuliert. Einen weiteren Ansatz liefert das Konzept der „Mortality Deviations“. Hier wird die Sterblichkeit für eine große Bevölkerung simuliert und der Quotient aus simulierter und erwarteter Sterbe- oder Überlebenswahrscheinlichkeit in jedem Pfad und zu jedem Zeitpunkt berechnet. Durch Multiplikation der Best-Estimate-Wahrscheinlichkeiten der kleineren Bevölkerung mit diesen Quotienten kann die Unsicherheit von der Referenzbevölkerung auf die kleinere Bevölkerung übertragen werden.

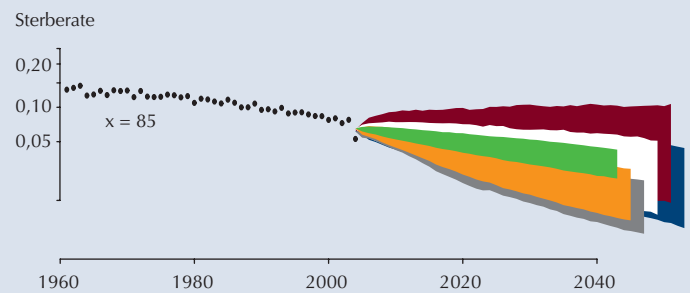
Fazit: Sterblichkeitssimulationen situationsabhängig ausgestalten

Das Langlebigkeitsrisiko in den Büchern deutscher Lebensversicherer nimmt deutlich zu. Es entsteht aus einer Vielzahl von Risikofaktoren, von denen die Trendunsicherheit der wichtigste ist. Die Trendunsicherheit kann nur durch stochastische Simulation quantifiziert werden. Hierbei besteht ein signifikantes Modellrisiko. Insbesondere gibt es kein Standardmodell für die stochastische Sterblichkeitssimulation, das in jeder Situation geeignet ist. Einfache Standardmodelle wie Lee-Carter oder Cairns-Blake-Dowd können aber je nach Bedarf erweitert werden. Dies betrifft sowohl die Modellstruktur als auch den Trendprozess. Durch geeignete Tools sind Sterb-

lichkeitssimulationen auch für kleine Bevölkerungsgruppen bzw. Bestände möglich.

- 1) Lee, R., Carter, L., 1992. Modeling and Forecasting US Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87: 659–671.
- 2) Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., 2006. A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration. *Journal of Risk and Insurance*, 73: 687–718.
- 3) Sweeting, P., 2011. A Trend-Change Extension of the Cairns-Blake-Dowd Model. *Annals of Actuarial Science*, 5: 143–162
- 4) Börger, M., Schupp, J., 2015. Modeling Trend Processes in Parametric Mortality Models. Working Paper, Ulm University und ifa Ulm

Abbildung 2: Simulation von Sterbewahrscheinlichkeiten für 85-Jährige in England und Wales mit verschiedenen Modellen



Quelle: Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., Epstein, D., Khalaf-Allah, M., 2008. Mortality Density Forecasts: An Analysis of Six Stochastic Mortality Models. Pensions Institute, Cass Business School.

Abbildung 3: Auswirkung verschiedener Trendprozesse auf die Projektion der Restlebenserwartung eines 60-Jährigen

