



## In the Heat of Mortality

### Einige Gedanken zur Struktur von Sterblichkeitsverbesserungen und zur Qualität aktueller Rententafeln

Schloss Reisenburg, September 2010

Dr. Jochen Ruß

Der Vortrag basiert auf Ergebnissen eines Forschungsprojekts  
von Matthias Börger (ifa) und Marie-Christine Köhler (Uni Ulm)

Helmholtzstraße 22  
D-89081 Ulm  
phone +49 (0) 731/50-31230  
fax +49 (0) 731/50-31239  
email ifa@ifa-ulm.de

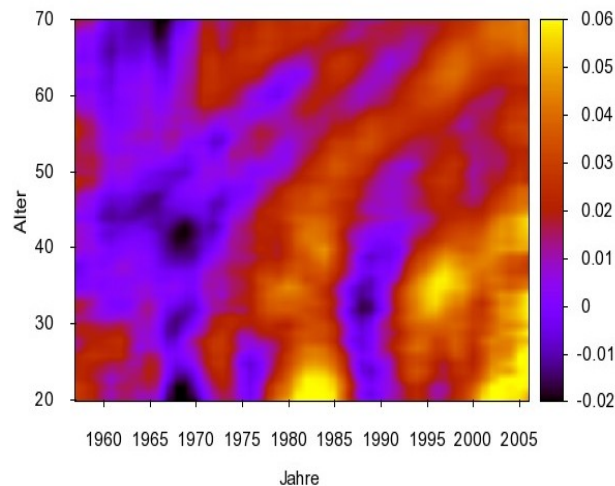


Institut für Finanz- und  
Aktuarwissenschaften



## Einführung: Was sind Heat-Charts

- Heat-Charts erlauben die grafische Darstellung einer Größe, die von zwei weiteren Größen abhängt.
- Beispiel: Sterblichkeitsverbesserung in Abhängigkeit von Alter und Kalenderjahr
  - $q_{x,t+1} = q_{x,t} \cdot (1 - v_{x,t+1})$   
 $q_{x,t}$ : einjährige Sterbewahrscheinlichkeit im Jahr  $t$   
 $v_{x,t+1}$ : Sterblichkeitsverbesserung zum Zeitpunkt  $t+1$



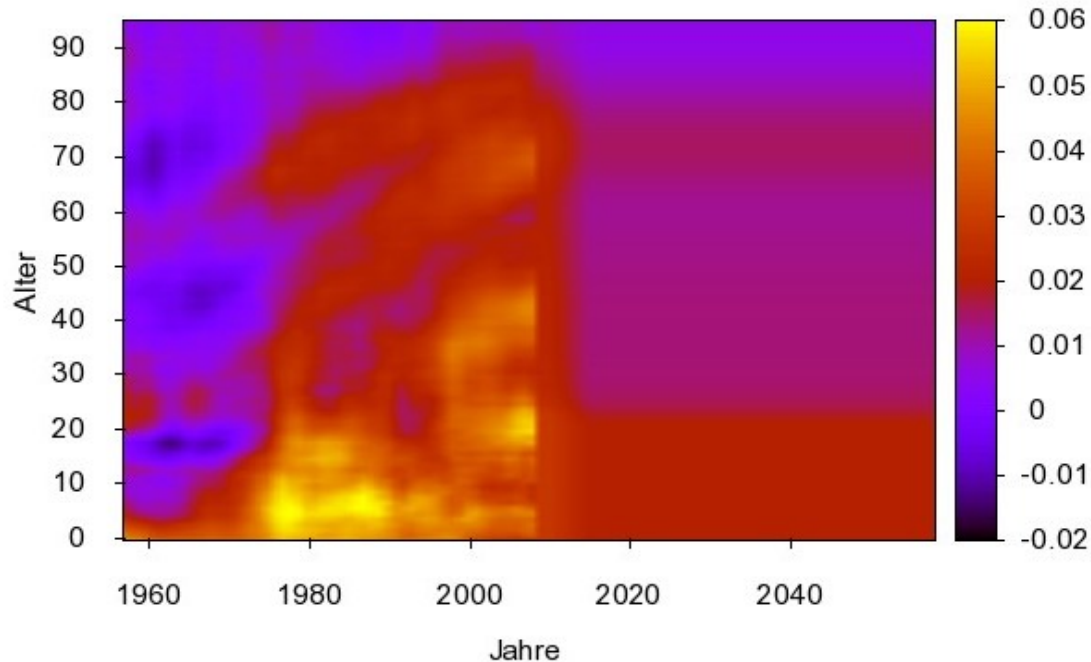
Heat Charts erlauben eine rasche und intuitive Erfassung von Strukturen und Trends „mit bloßem Auge“

- Senkrechte Strukturen: zeitabhängige Effekte
- Waagerechte Strukturen: altersabhängige Effekte
- Diagonale Strukturen: Kohorteneffekte

## Anwendung von Heat-Charts auf deutsche Sterblichkeitsdaten

### Links: beobachtete Sterblichkeit – Rechts: Projektion gemäß DAV 2004 R 2. Ordnung

Males West Germany (smoothed) - Projection DAV 2004 R (best estimate)

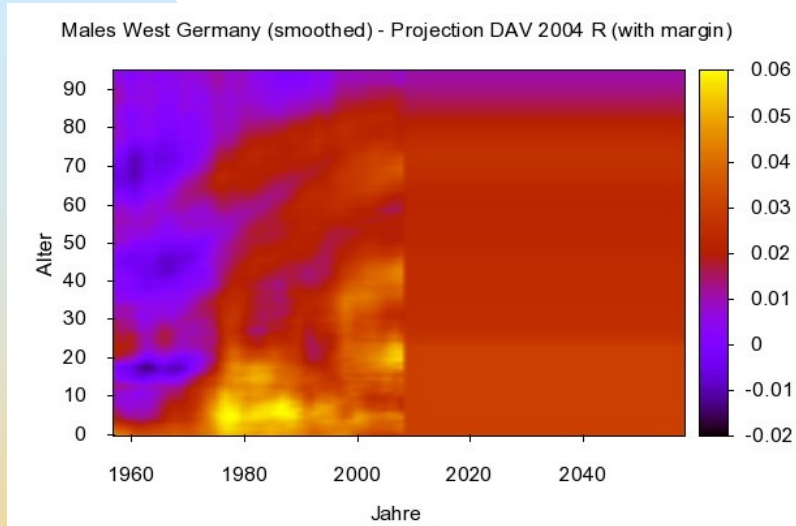


- Historisch gab es vorwiegend zeitabhängige Effekte und Kohorteneffekte
- Die DAV-Tafel unterstellt fast ausschließlich altersabhängige Effekte
- Die unterstellten Sterblichkeitsverbesserungen scheinen ferner eher gering

**Es deutet vieles darauf hin, dass die in den DAV 2004 R-Tafeln verwendete Projektion zu einer unplausiblen Struktur auf aggressivem Niveau führt**

## Anwendung von Heat-Charts auf deutsche Sterblichkeitsdaten

### Links: beobachtete Sterblichkeit – Rechts: Projektion gemäß DAV 2004 R 1. Ordnung



- Auch hier die selben Strukturprobleme
- zukünftige Sterbewahrscheinlichkeiten noch immer eher unterschätzt
- → systematisches Risiko für die gesamte Branche

### Grund für die von der DAV gewählte Struktur

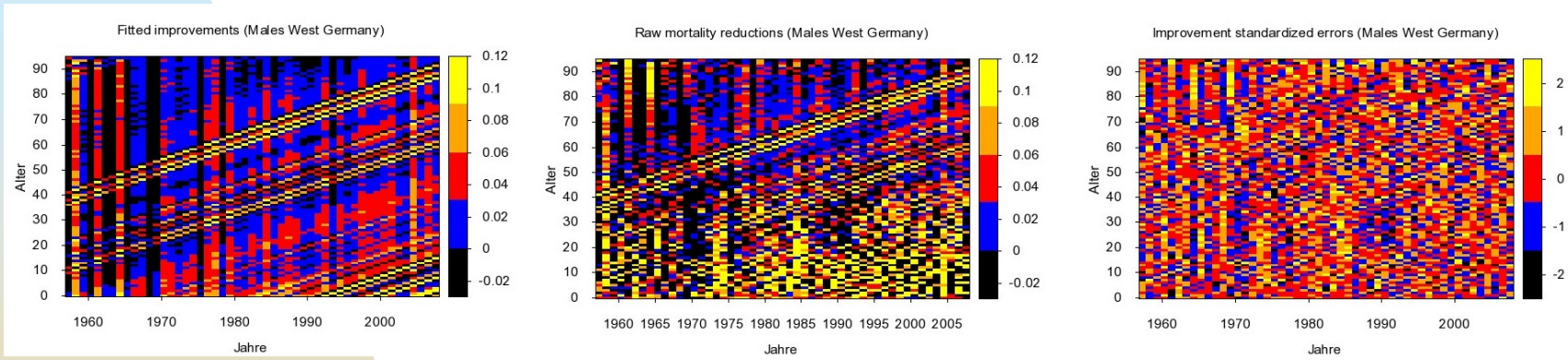
- Bei Berücksichtigung von Kohorteneffekten im Modell wäre die Sterblichkeit von 89-jährigen Männern unter die von 89-jährigen Frauen gefallen
  - Aber: Im verwendeten Modell driften diese Wahrscheinlichkeiten immer weiter auseinander
  - Dies ist genauso unplausibel (vgl. Luy (2003), Luy (2004) und Luy (2006))

## Herleitung eines alternativen Modells

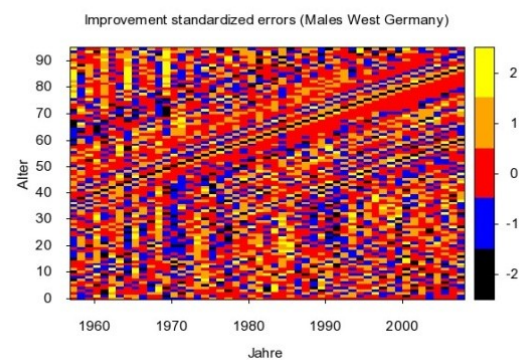
- **Ziel des genannten Forschungsprojekts ist die Herleitung eines alternativen Modells welches eine Projektion liefert,**
  - die zur Vergangenheit konsistent ist (und zwar hinsichtlich Struktur und Niveau)
  - die Kohorteneffekte angemessen berücksichtigt
  - die für Männer und Frauen konsistente Ergebnisse produziert (hierzu im Folgenden keine Details)
- **Ansatz: Relativ einfache Modellstruktur:**  $v_{x,t} = a_x + p_t + c_{t-x}$ 
  - Kalibrierung an Vergangenheitsdaten über gewichtete Kleinste-Quadrate-Schätzung
  - Viele Details zu beachten → wird umfassend publiziert werden
- **Ergebnis der Kalibrierung:**
  - Modell liefert historische Sterblichkeitsverbesserungen, die sehr gut zu den Beobachtungen passen
  - Keine „Struktur im Fehler“
  - Lässt man nicht alle drei Effekte zu, so wird der „Fit“ schlechter und die Fehler enthalten Struktur

# Herleitung eines alternativen Modells

## Kalibrierungsergebnisse



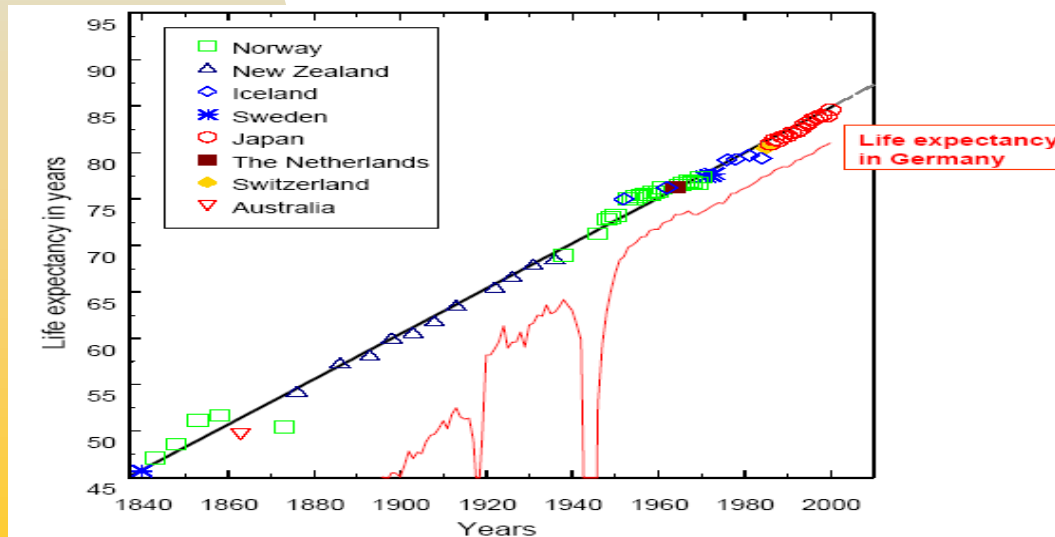
- **Sterblichkeitsverbesserungen aus Modell (links) passen zu beobachteten (Mitte)**
- **Fehler scheint reine Random Noise (rechts)**
- **Bei einem Modell z.B. ohne Kohorteneffekte ist der Fehler hingegen strukturbehaftet**



## Herleitung eines alternativen Modells

### Projektion

- Eine Projektion (und somit eine Herleitung alternativer Sterbetafeln) erfolgt nun durch Fortschreibung des kalibrierten Modells
- Für Perioden- und Kohorteneffekt ist Extrapolation erforderlich
- Für den Periodeneffekt wurden drei Szenarien betrachtet
  1. Zukünftig kein Periodeneffekt
  2. Extrapolation der historischen Veränderung der deutschen Lebenserwartung
  3. Parallele zur Zunahme der Vaupel'schen Weltlebenserwartung (Oeppen und Vaupel (2002))

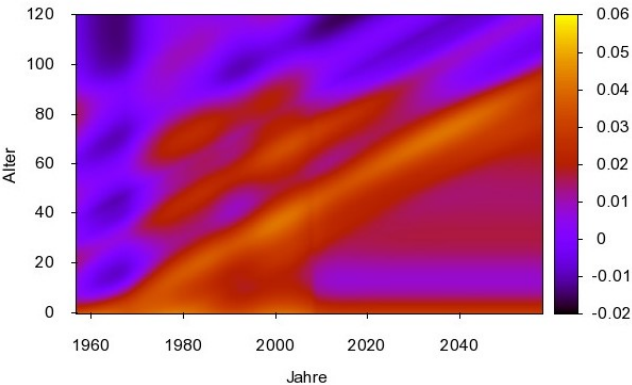


## Herleitung eines alternativen Modells

- **Projektionsergebnisse – Männer** (Ergebnisse für Frauen strukturell sehr ähnlich)

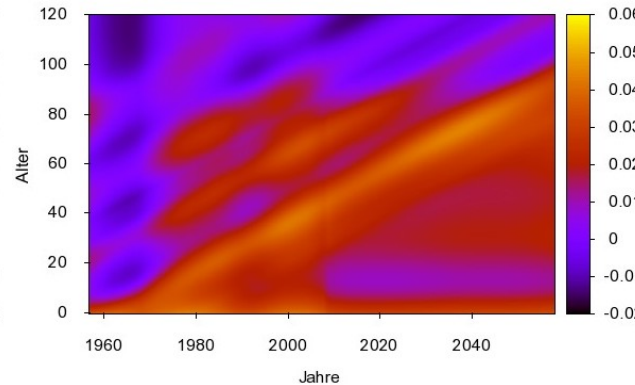
### unterstes Szenario

Smoothed Mortality Reductions Factors - Male



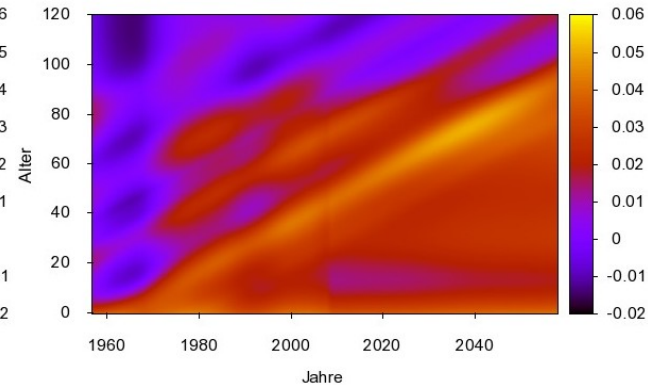
### mittleres Szenario

Smoothed Mortality Reduction Factors - male



### oberstes Szenario

Smoothed Mortality Reductions Factors - Male



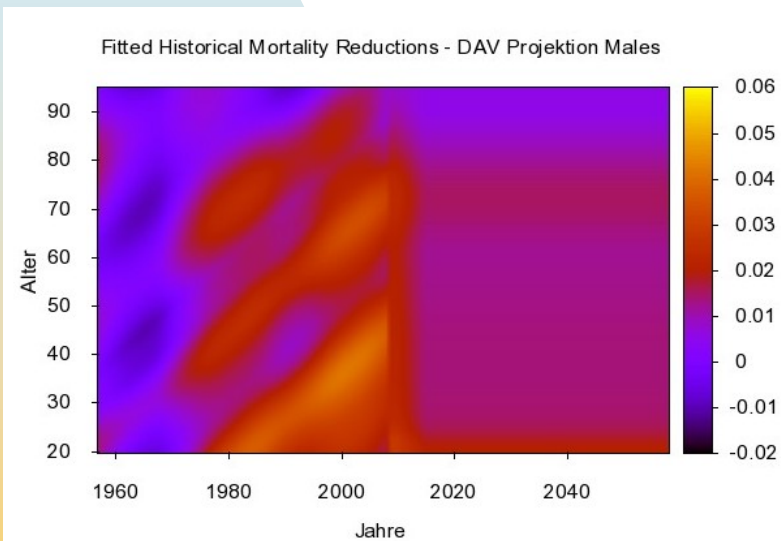
- → In allen Varianten Projektion konsistent zur Vergangenheit
- → Unterschiedlicher Grad der Konservativität



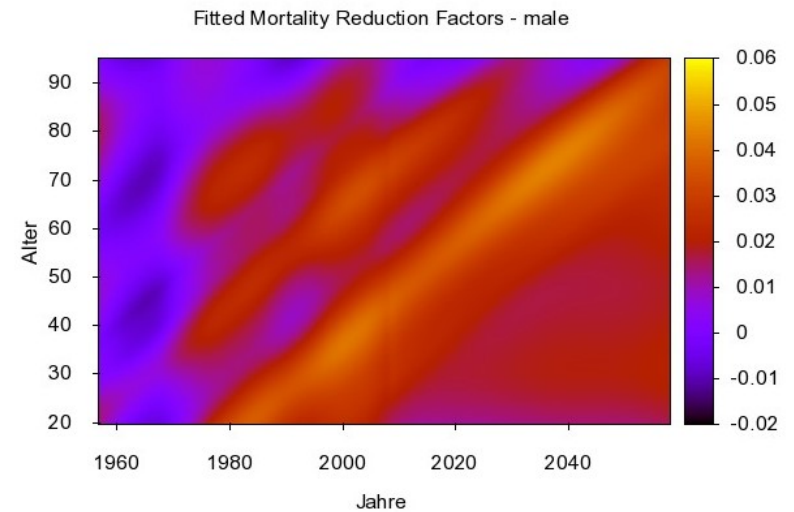
# Herleitung eines alternativen Modells

## Vergleich mit DAV-Tafeln

### Historie vs. DAV



### Historie vs. mittleres Szenario



## Herleitung eines alternativen Modells

- Vergleich mit DAV-Tafeln → sofort beginnende Rentenbarwerte sind vergleichbar

Renten-eintrittsalter	DAV 1.Ordnung	DAV 2.Ordnung	unterstes Szenario	mittleres Szenario	oberstes Szenario
65	15.3628	15.0706	15.4072	15.4911	15.8034
75	9.90802	9.80098	9.82154	9.86446	10.0107
85	5.53234	5.51457	5.43046	5.44691	5.49498

- Aber: massive Unterschiede bei Rentenbarwerten mit 40 Jahre Aufschub

Renten-eintrittsalter	DAV 1.Ordnung	DAV 2.Ordnung	unterstes Szenario	mittleres Szenario	oberstes Szenario
65	7.09098	6.38915	7.53903	7.88492	8.61784
75	4.33775	3.73366	4.76005	4.99551	5.65835
85	1.6705	1.31219	1.75882	1.88896	2.33855

- Barwerte der DAV 1. Ordnung liegen immer unter Barwerten des untersten Szenarios
- massiver Unterschied von DAV 2. Ordnung zu mittlerem Szenario

## Fazit

- **Fazit**
- **Mit Heat-Charts lassen sich historische und prognostizierte Sterblichkeitsverbesserungen grafisch darstellen. Strukturen und Strukturbrücke lassen sich mit bloßem Auge erkennen.**
  - Eine Analyse der aktuellen DAV-Rententafeln offenbart Inkonsistenzen.
- **Ein möglicher Ansatz einer Projektion, die konsistent zur Vergangenheit und konsistent zwischen Geschlechtern ist, impliziert Rentenbarwerte, die signifikant über den Barwerten liegen, die sich aus den DAV-Tafeln ergeben.**
- **Vor dem Hintergrund von „Zwangsverrentung“ in manchen und Steueranreizen zur Verrentung in anderen Schichten, werden Verrentungen weiter an Bedeutung gewinnen. Die aufgezeigten Risiken sollten daher für alle Marktteilnehmern von Interesse sein.**



## In the Heat of Mortality

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

Helmholtzstraße 22  
D-89081 Ulm  
phone +49 (0) 731/50-31230  
fax +49 (0) 731/50-31239  
email [ifa@ifa-ulm.de](mailto:ifa@ifa-ulm.de)



Institut für Finanz- und  
Aktuarwissenschaften



ifa

Institut für Finanz- und  
Aktuarwissenschaften

Helmholtzstraße 22  
D-89081 Ulm

phone +49 (0) 731/50-31230  
fax +49 (0) 731/50-31239  
email ifa@ifa-ulm.de

[www.ifa-ulm.de](http://www.ifa-ulm.de)



#### Aktuarielle Beratung

- ➔ Entwicklung und Design innovativer Lebensversicherungs- und Altersvorsorgeprodukte
- ➔ Markteintritt ausländischer Versicherer
- ➔ Fragen an der Schnittstelle von Investment-Banking und Lebensversicherung
- ➔ Zweitmarkt Lebensversicherung
- ➔ Asset-Liability-Management und Risikomanagement
- ➔ Solvency II und interne Risikokapitalmodelle
- ➔ Embedded Value und wertorientierte Steuerung
- ➔ Fachkonzepte und Test für IT-Lösungen
- ➔ Data-Mining Verfahren für Versicherungsdaten

#### Actuarial Services

- ➔ Aktuarielle Großprojekte
- ➔ Bestandsmigration
- ➔ Neue Bestandsführung

#### Projektkoordination / Managementberatung

- ➔ Produkteinführungen
- ➔ Markteintritt

ifa